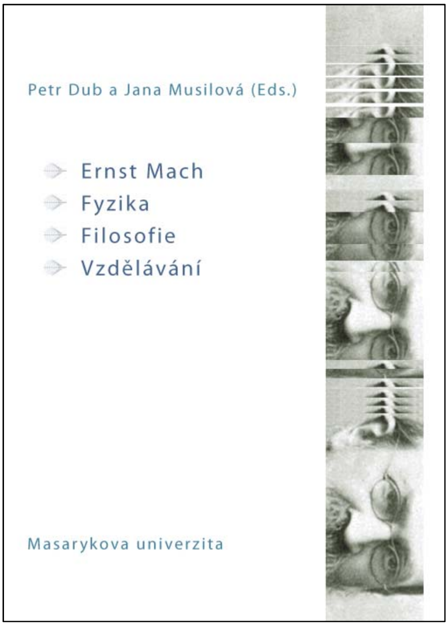
Jana Musilová

ROTACE V PRVNÍM AXIOMU
Rotation in the First Axiom

The today already proved fact that Newton himself included the possibility of uniform rotation in his first axiom, gives a negative answer to the frequently asked question whether the first axiom is a consequence of the second one. A detailed analysis of Newton’s original formulation discloses additional questions that, when asked and answered from the point of view of both possible interpretations corresponding to "Newtonian period" on the one hand, and the contemporary era on the other, can be fruitful for the development of thinking in physical terms for the students in Bachelor’s degree basic physics course. In the context of physics education, this paper deals with the following questions: What is or should be the meaning of the following words in the first axiom: "... in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum"? Is Newton’s mechanics first axiom, in the interpretation admitting rotation, a consequence of both the second and the third ones? Is the first axiom a consequence of both the second and third ones from the contemporary point of view, and what could be its corresponding reformulation?



MUSILOVÁ, Jana. Rotace v prvním axiomu.
In: DUB, Petr a Jana MUSILOVÁ. *Ernst Mach – Fyzika – Filosofie – Vzdělávání*. 1. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2010, s. 243–247.
ISBN 978-80-210-4808-9.
DOI: 10.5817/CZ.MUNI.M210-4808-2011-243.

Rotace v prvním axiomu

Jana Musilová

Úvod

Charakteristickým rysem fyzikálního vzdělávání, ať již na úrovni gymnaziální či univerzitní, je skutečnost, že vstupní disciplínou kurzů obecné fyziky je takřka bez výjimky klasická (newtonovská) mechanika. Zdůvodnění této volby především snadností a názorností mechaniky a její přístupností smyslovému vnímání patří k základním omylům ve fyzikálním vzdělávání. Zkušenosti naopak ukazují, že pochopení principů newtonovské mechaniky – Newtonových zákonů, a zdánlivě paradoxně především prvního z nich, je pro studenty značně obtížné. Tuto skutečnost si často neuvědomují nejen sami studenti, ale i jejich učitelé. Podrobný rozbor Newtonových zákonů, včetně úvah týkajících se historických aspektů, je pro rozvoj fyzikálního myšlení studentů přínosem. Z tohoto hlediska se jeví nejzajímavější první Newtonův zákon, tzv. první axiom, studentům nejbližší pod názvem zákon setrvačnosti. Učebnice fyziky na všech úrovních – od základních až po univerzitní, zejména ty současné, formulují první axiom sice pro těleso, hovoří však pouze o přímočarém rovnoměrném pohybu. Ignorují tak dnes již nesporně prokázanou skutečnost, že možnost rovnoměrné rotace byla do prvního axiomu explicitně zahrnuta samotným Newtonem (viz např. studie [1], [2], [3] a originální formulaci v Newtonových *Principiích* – [4]):

Lex I. Corpus omne perseverare *in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum*, nisi quatenus illud a viribus impressis cogitur statum suum mutare.

Zákon I. Každé těleso setrvává *ve svém stavu klidu nebo rovnoměrného pohybu v daném směru*, ledaže je vtištěnými silami nuceno svůj stav změnit. (Překlad viz např. v [3].)

Důsledný rozbor této formulace prvního axiomu, včetně diskuse týkající se historických aspektů, je důležitý nejen pro pochopení základních zákonitostí mechaniky, ale především z hlediska rozvoje fyzikálního myšlení.

DOI: 10.5817/CZ.MUNI.M210-4808-2011-243

Je první axiom nezávislý?

Standardní otázka kladená v diskusích o závislosti souboru Newtonových axiomů, zda první axiom je důsledkem druhého, je jednoduše zodpovězena: První axiom zahrnující rovnoměrnou rotaci ze samotného druhého axiomu nevyplývá. S uvážením axiomu třetího však již ano, a to za přirozeného předpokladu centrálních sil vzájemného působení mezi jednotlivými částicemi zkoumaného tělesa. Cesta k tomuto zjištění však není pro studenty zcela jednoduchá. Vznikají totiž překážky, jejichž překonání vyžaduje důslednost v interpretaci Newtonovy formulace prvního axiomu.

První axiom a impulzové věty

Se současnými matematickými prostředky snadno odvodíme první a druhou impulzovou větu pro časovou derivaci celkové hybnosti $\vec{p}$ a časovou derivaci celkového momentu hybnosti $\vec{L}$ libovolné soustavy částic, tedy tělesa:

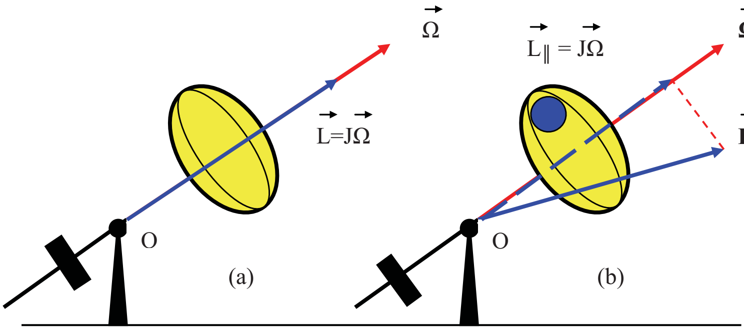
$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}^{ext}, \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}^{ext}.$$

Pravé strany těchto vztahů představují výslednici všech vnějších sil a výsledný moment všech vnějších sil působících na těleso. V případě, že vnější (*vtištěné*) síly na těleso nepůsobí, jedná se tedy o tzv. *izolovanou soustavu*, zachovává se jak celková hybnost (*motus*), tak celkový moment hybnosti tělesa. Při obecně nepřípustném zjednodušení by tento výsledek mohl být interpretován tak, že zákon zachování hybnosti izolované soustavy představuje rovnoměrnou translaci a zákon zachování momentu hybnosti rovnoměrnou rotaci. V prvém případě lze interpretaci snadno zpřesnit zavedením středu hmotnosti tělesa, rovnoměrná translace, tj. rovnoměrný přímočarý pohyb, se pak týká právě tohoto bodu. V případě rotace je však situace komplikovanější.

Zákon zachování momentu hybnosti a rovnoměrná rotace

Pro představu souvislosti zákona zachování momentu hybnosti a rovnoměrnosti rotace si pro jednoduchost představme experiment s tuhým tělesem na obr. 1.

Tuhé těleso může rotovat kolem osy, která je volně pohyblivá v kloubu O, přičemž tření v ložisku je zanedbatelné a předpokládáme, že před experimentem bylo těleso ve statické rovnováze. Těleso roztočíme. Pro těleso s hmotností symetricky rozloženou vůči rotační ose (obr. 1a) platí mezi momentem hybnosti a úhlovou rychlostí vztah prosté úměry $\vec{L} = J\vec{\Omega}$, kde J je moment setrvačnosti tělesa vzhledem k ose. V souladu se zákonem zachování momentu hybnosti je konstantní úhlová rychlost tělesa, těleso koná *rovnoměrný pohyb v daném směru*, v tomto případě rovnoměrně rotuje. Směr rotační osy bude pevný, bez působení vtištěných sil (s výjimkou tíhové síly a tlakové síly podložky, které se kompenzují). U tělesa s nesymetrickým rozložením hmotnosti (obr. 1b) je vztah mezi momentem hybnosti a úhlovou rychlostí rovněž lineární, uplatní se však tenzorový charakter momentu setrvačnosti, $L_j = \sum_{k=1}^{3} J_{jk}\Omega_k$. V takovém případě se bez působení vtištěných sil opět zachovává moment hybnosti, obecně však nikoli úhlová rychlost. Pro docílení rovnoměrné rotace je třeba pomocí dodatečného silového působení udržet rotační osu pevnou. V takovém případě je jednoduchou úměrou vyjádřen vztah mezi průmětem momentu hybnosti do osy rotace a úhlovou rychlostí, $\vec{L}_{\parallel} = J\vec{\Omega}$.



Obrázek 1: Rotace tuhého tělesa kolem pevné osy.

Odporuje výsledek předchozího pokusu „rotační“ formulaci prvního axiomu? Rotace tuhého tělesa s nesymetrickým rozložením hmotnosti vůči rotační ose není v případě absence vtištěných sil rovnoměrná, nejde tedy o stav *rovnoměrného pohybu v daném směru*. Důslednost při čtení formulace prvního axiomu dává vysvětlení. Pro ně je důležitá první část formulace. Aby těleso mohlo setrvávat ve *svém stavu* klidu nebo rovnoměrného pohybu v daném směru, muselo by se v takovém stavu nacházet. To ovšem není případ na obr. 1b.

Rovnoměrná rotace a inherentní síly

Při běžné výuce zůstává nepovšimnuta tato Newtonova úvaha, objevující se v rukopise jenž předcházel prvnímu vydání [4]. Uvedeme ji jen v doslovném českém překladu podle [3]:

„*Inherentní silou* setrvává každé těleso ve svém stavu klidu nebo rovnoměrného pohybu po přímce, pokud není interakčními silami přinuceno onen stav měnit. Tento rovnoměrný pohyb je však dvojí, postupný po přímce, kterou těleso opisuje svým rovnoměrně se pohybujícím středem, a rotační kolem určité osy tělesa, která je buď v klidu, nebo pohybujíc se rovnoměrně zůstává stále rovnoběžná se svými předchozími polohami.“

Nezabývejme se skutečností, že z druhé věty této formulace je explicitně jasné, co měl Newton na mysli slovním spojením *motus uniformis in directum*, a všimněme si věty úvodní. Co Newton myslel *inherentní silou*, z jeho díla nevyčteme. Z dnešního pohledu se nabízí interpretace související s existencí hlavních os tenzoru momentu setrvačnosti (viz také [5]), tvořících soustavu souřadnic, v níž je tenzor momentu setrvačnosti diagonální. Za předpokladu, že rotační osou bude jedna z těchto os, má lineární vztah mezi momentem hybnosti a úhlovou rychlostí zjednodušený tvar, $L_k = J_k \Omega_k$, $k = 1, 2, 3$. Při zachování momentu hybnosti je tedy konstantní i úhlová rychlost tělesa. Hlavní osy tenzoru momentu setrvačnosti tělesa jsou ovšem „bytostnou" vlastností tělesa závislou pouze na rozložení jeho hmotnosti.

Význam prvního axiomu z pohledu dnešní klasické mechaniky

Na základě předchozích úvah se první axiom jeví skutečně jako nadbytečný. Má tedy smysl jej v současných kurzech obecné fyziky uvádět jinak než jako historickou zajímavost?

Odpověď je nasnadě: Newtonovy úvahy vycházely z existence absolutního prostoru a s ním spojených preferovaných vztažných soustav, vzhledem k nimž byl veškerý pohyb popisován a vzhledem k nimž byly také (implicitně) formulovány pohybové axiomy. Vztažné soustavy preferované v tomto smyslu však neexistují. Jedinou preferenční vlastností vztažné soustavy z fyzikálního hlediska je její inerciálnost. Nejbezpečnější způsob, jak definovat inerciální vztažné soustavy na samém počátku výuky v základním kurzu klasické mechaniky, je zůstat na „pevné půdě" Newtonovy mechaniky a nepouštět se hned do úvah o homogenitě času a prostoru a izotropnosti prostoru. Prvního axiomu bez uvážení jeho „rotační části" pak lze dobře použít k vybudování pojmu inerciální soustavy. Prvním krokem je kvalitativní zavedení pojmu *volné (izolované) částice*, resp. hmotného bodu jako částice oproštěné od vlivu okolních objektů. První pohybový axiom (i když jej již nelze bez značné nepřesnosti nazvat Newtonovým) lze pak formulovat například jako tvrzení, že vzájemný pohyb volných částic je rovnoměrný přímočarý. S volnými částicemi pak lze spojit preferované vztažné soustavy. Nejpřirozenějším příkladem inerciální soustavy je soustava Galileiova, jejíž počátek je spojen se Sluncem (přesněji těžištěm sluneční soustavy) a osy jsou namířeny ke stálicím. Přechod k „pohodlnější" vztažné soustavě s asociovanou kartézskou soustavou souřadnic je již otázkou jednoduché algebry.

Závěr

Argumenty ve prospěch názoru, že má smysl věnovat se ve výuce klasické mechaniky základního univerzitního kurzu obecné fyziky důkladnějšímu rozboru Newtonových axiomů v jejich originální formulaci a studentům tak usnadnit nejen jejich hlubší pochopení, ale i rozvíjení fyzikálního myšlení, dává samo Newtonovo dílo. Ukázkou toho jsou úvahy týkající se prvního axiomu. Navíc, ačkoli je první axiom v Newtonově chápání popisu pohybu důsledkem zbývajících dvou axiomů, může být z dnešního pohledu předkládán jako nezávislý princip deklarující existenci inerciálních vztažných soustav.

Seznam odkazů

[1] M. Černohorský: Problém interpretace Newtonovy formulace prvního pohybového zákona. *Folia facultatis scientiarum naturalium Universitatis Purkynianae brunensis* **20** (1979), Physica 28, opus 3, Univerzita J. E. Purkyně, Brno 1979, 5–32.

[2] M. Černohorský: Devět Newtonových formulací prvního pohybového zákona: V: *Pocta Newtonovi* (Ed.: M. Černohorský, M. Fojtíková). Odborná skupina Pedagogická fyzika FVS JČSMF, Brno 1986, 36–52.

[3] M. Černohorský: Newtonova translačně-rotační formulace prvního zákona pohybu. Následující stať.

[4] I. Newton: *Principia Mathematica Philosophiae Naturalis*. Editio ultima. Sumptibus Societatis, Amstaelodami 1723.

[5] J. Langer: Martin Černohorský a setrvačníky, od Isaaca k Ernstovi. *Čs. čas. fyz.* **58** (2008), 2, 113–115.