

Jan Novotný

ERNST MACH, KURT GÖDEL A VESMÍR

Ernst Mach, Kurt Gödel and Universe

The scientific work of Brno natives Ernst Mach and Kurt Gödel has an intersection, which is not extensive, but important and interesting. It is concerned with the question: Could the universe rotate? Mach – on the basis of his philosophical opinion – firmly refused this idea, Gödel, on the contrary, discovered an exact solution of the Einstein gravitational equations, which could be interpreted as the description of rotating universe. We discuss the relation of Mach and Gödel conceptions to the general theory of relativity, their connection to the thoughts of Isaac Newton and Albert Einstein and their reflections in modern physics. We conclude that the definite solution of the controversy was still not reached.



NOVOTNÝ, Jan. Ernst Mach, Kurt Gödel a vesmír.
In: DUB, Petr a Jana MUSILOVÁ. *Ernst Mach – Fyzika – Filosofie – Vzdělávání*. 1. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2010, s. 165–172. ISBN 978-80-210-4808-9.
DOI: 10.5817/CZ.MUNI.M210-4808-2011-165.

Ernst Mach, Kurt Gödel a vesmír

Jan Novotný

Ernst Mach (1838–1916) a Kurt Gödel (1906–1978) patří spolu s Georgem Placzekem (1905–1955) do trojhvězdí vědců světového významu narozených v Brně. Je jim společně to, že (abychom užili biblických slov) nebyli vždy v rodném městě proroky. Mach, který se zasloužil i o rozvoj české fyziky, byl sice oceňován v meziválečném období, ale pak upadl do dlouhodobé nemilosti pro svou filosofii rezolutně odmítanou Leninem. Znovu byl důstojně připomenut až při 150. výročí svého narození roku 1988, kdy byla obnovena pamětní deska na jeho rodném domě v Chrlcích. O událostech s tím spojených podává přehled sborník [1]. Obdobného ocenění se Gödel dočkal roku 1993 a Placzek až 2005.

Machovo a Gödelovo dílo mají sice nerozsáhlý, ale závažný a pozoruhodný průnik. Se jmény obou se setkáme v každé obsáhlejší učebnici obecné teorie relativity. Ani u jednoho z nich přitom nešlo o hlavní oblast jejich zájmu. Mach byl především experimentální fyzik, filosof a historik vědy. Neužíval složitějšího matematického aparátu a k teoretickým spekulacím měl spíše nedůvěru. Přesto je dnes zvláště mezi teoretickými fyziky znám hlavně jako Einsteinův inspirátor. Není jisté, jak tato role vyhovovala jemu samému. Einsteinův zájem ho zprvu potěšil, později se však od „relativistů“ distancoval, i když existuje domněnka, že příslušná odmítavá slova vložil do jeho posmrtně vydané knihy Machův syn Ludwig [2]. Po obeznámení se s celým rozsahem Gödelova díla, jaké umožňuje např. v Brně vydaná monografie [3], nebude nikdo na pochybách o tom, že Gödel zůstane vždy v paměti především jako geniální matematický logik. Avšak oceňování jeho fyzikálních prací, kterým se převážně věnoval po několik let, se s časem podstatně zvýšilo a jsou dnes chápány jako jeden z prvních kroků do vyšších pater obecné relativity [4]. I v jejím rámci je však mezi Machovým odkazem a Gödelovým impulzem těsná, byť kontroverzní souvislost [5], [6], [7]. Lze ji stručně vyjádřit otázkou: „Může vesmír rotovat?“

Machova odpověď, založená na jeho filosofických názorech, je jednoznačně záporná. Nejlépe ji v polemice s Newtonovými názory [8] vyjádřil on sám [9]: „Pro mě vůbec existuje **pouze** relativní pohyb a já zde **nemohu** uznat žádný rozdíl mezi rotačním a translačním pohybem. Rotuje-li těleso vzhledem k nebi nehybných hvězd, vznikají odstředivé síly, a pokud rotuje vzhledem k **jinému** tělesu a nerotuje vzhledem k nebi

nehybných hvězd, pak odstředivé síly nevznikají. Nemám nic proti tomu, aby se první pohyb nazýval **absolutní**, nezapomeneme-li, že to neznamená nic jiného než rotaci **vůči nebi nehybných hvězd**. Můžeme snad nehybně držet Newtonovo vědro s vodou, otáčet kolem něho nebe s hvězdami a dokázat, že v tomto případě odstředivé síly nevzniknou?

Takový pokus je neuskutečnitelný, ale nemá ani v principu žádný smysl, protože **oba** případy jsou pro naše smyslové orgány nerozlišitelné. Proto považuji **oba** případy za jeden a týž případ a rozdíl, který mezi nimi dělá Newton, pokládám za iluzi.

Je ovšem pravda, že v balonu se vždy můžeme orientovat za mlhy pomocí tělesa, které **nerotuje** vůči nehybnému hvězdnému nebi. To však není nic jiného než jeden ze způsobů, jak se orientovat vůči nehybnému hvězdnému nebi; jde prostě o mechanickou orientaci namísto optické.“

Závěr citovaného textu svádí k ilustraci Machových úvah příběhem: Někde ve vesmíru existuje civilizace, jejíž obloha je trvale zakryta mraky, takže není vidět hvězdy. Zkoumáním chování větrů, kyvadel a setrvačnicků dojdou její vědci k obdobným poznatkům z mechaniky, jaké máme i my – budou předpokládat, že existuje absolutní prostor nebo privilegovaná třída inerciálních soustav, zatímco v neinerciálních soustavách působí „fiktivní“ síly, které nemají původ v interakci hmot. Jednoho dne se jim podaří vzlétnout nad mraky a pozorovat noční nebe. Užasnou nad jeho velkolepostí a vzápětí si povšimnou, že čistě mechanická orientace, na kterou byli dosud odkázáni, splývá s optickou. Zákonitě to v nich vzbudí přesvědčení, že zdrojem domněle fiktivních sil jsou ve skutečnosti hvězdy.

Předpoklad, že zdrojem setrvačnosti jsou vzdálené kosmické hmoty a že pouze pohyb vůči nim odlišuje inerciální soustavy od neinerciálních, se nazývá **Machovým principem**. Mach nepodal žádnou matematickou formulaci mechaniky, která by tomuto principu vyhovovala. Snad nejprostší příklad takové formulace lze najít ve Votrubově učebnici speciální teorie relativity [10]. Dá se vyvodit z variačního principu [11]. Pro soustavu interagujících částic hledáme Lagrangeovu funkci, která by byla invariantní nejen vzhledem k transformacím spojujícím inerciální soustavu (tj. soustavy, v nichž platí zákon setrvačnosti a které se vůči sobě navzájem pohybují rovnoměrně a přímočaře), ale vzhledem ke všem transformacím spojujícím tuhé vztažné soustavy. Pro tento účel se nehodí kinetická energie, která záleží na pohybu každé jednotlivé částice. Může však být nahrazena součtem členů odpovídajících dvojicím částic a daných pro každou dvojici jako

$$L_{AB} = \text{const} \cdot \mu_A \mu_B (dr/dt)^2,$$

kde μ označuje „holé“ hmotnosti částic a r je vzájemná vzdálenost částic, nezávislá na vztažné soustavě. Vývoj soustavy je tedy ve shodě s Machem zadán změnami veličin r , které jsou podle Macha smyslově pozorovatelné. Jak je ukázáno ve Votrubově knize, uprostřed sféricky symetrického rozložení kosmické hmoty se pak částice řídí rovnicemi newtonovské mechaniky. Setrvačnost je tak vysvětlena interakcí se vzdálenými hmotami. Eventuální odchylky od izotropie by se projevíly anizotropií efektivních hmotností částic

(např. výsledek srážek automobilů by závisel na směru jejich pohybu). Vysoká izotropie okolního vesmíru tedy zřejmě ztěžuje možnost zjištění machovského vlivu.

Zde popsaná machovská mechanika sice nepůsobí realisticky – interakce neslábne se vzdáleností, neodpovídá speciální teorii relativity, nevysvětluje podobnost gravitačních a setrvačných sil – ukazuje však přinejmenším, že Machovu principu lze vyhovět bez rozporu s pozorovanými skutečnostmi.

Mimořádnou roli sehrál Machův princip při vzniku obecné teorie relativity. Dejme slovo jejímu tvůrci. Einstein píše [12]: „Klasická mechanika a v neméně míře speciální teorie relativity trpí z hlediska teorie poznání jistým nedostatkem, na který patrně jako první poukázal E. Mach. Vysvětlíme jej na následujícím příkladě. Necht' se dvě kapalná tělesa stejné velikosti a složení volně vznášejí v prostoru v takové vzájemné vzdálenosti (a v takové vzdálenosti ode všech ostatních hmot), že je nutno počítat pouze s těmi gravitačními silami, jimiž na sebe působí části **jednoho a téhož** tělesa. Necht' vzdálenost mezi těmito tělesy zůstává neproměnná. Necht' také nedochází k vzájemnému přemístění částí jednoho a téhož tělesa. Ale necht' se každá hmota, zkoumaná pozorovatelem, který je v klidu vzhledem k druhé hmotě, otáčí kolem přímky spojující hmoty s konstantní úhlovou rychlostí (tento relativní pohyb obou hmot můžeme vždy zjistit). Nyní si představme, že povrchy obou těles (S_1 a S_2) proměříme pomocí měřitek (která jsou vůči těmto tělesům v klidu); necht' měření ukáže, že povrch S_1 je koule a povrch S_2 rotační elipsoid.

Pak vzniká otázka: proč se tělesa S_1 a S_2 chovají různě? Odpověď na tuto otázku můžeme uznat za uspokojivou z hlediska teorie poznání jen tehdy, když okolnost prohlášená za příčinu je **pozorovatelným faktem zkušenosti**; neboť princip přičinnosti má jen tenkrát smysl úsudku o jevech ve světě zkušenosti, když se za nejzazší příčiny a následky uznají jen **pozorovatelné fakty**.

Newtonova mechanika nedává na tuto otázku uspokojivou odpověď. Říká toto: Zákonů mechaniky platí pro prostor R_1 , vzhledem k němuž je těleso S_1 v klidu, ale neplatí pro prostor R_2 , vzhledem k němuž je v klidu těleso S_2 . Avšak galileovský prostor R_1 (a pohyb vzhledem k němu), který se přitom zavádí, je fiktivní příčina, a nikoliv pozorovaný fakt. Je tedy jasné, že Newtonova mechanika v daném případě nevyhovuje požadavku přičinnosti v jeho podstatě, ale jen zdánlivě, když přenáší odpovědnost za pozorované různé chování těles S_1 a S_2 na fiktivní příčinu – prostor R_1 .

Uspokojivá odpověď na shora položenou otázku může být jen následující: fyzikální soustava skládající se z těles S_1 a S_2 nedává sama o sobě možnost stanovit příčinu, jejíž pomocí by bylo možno vysvětlit různé chování těles S_1 a S_2 . Příčina tedy musí ležet **vně** této soustavy. Odtud vyplývá, že obecné zákony pohybu, které zejména určují tvar těles S_1 a S_2 , musí být takové, aby mechanické vlastnosti těles S_1 a S_2 byly ve významné míře určeny vzdálenými hmotami, které jsme do uvažované soustavy nezahrnuli. Tyto vzdálené hmoty (a jejich relativní pohyb vzhledem k uvažovaným tělesům) je pak třeba považovat za nositele principiálně pozorovatelných příčin různého chování uvažovaných těles S_1 a S_2 ; tyto hmoty se staví na místo fiktivní příčiny R_1 . Ze všech myslitelných

prostorů R_1, R_1 atd., které se vzájemně pohybují libovolným způsobem, nemůžeme žádnému dát apriorně přednost, jakmile jsme odstranili výše uvedený gnozeologický nedostatek. **Zákony fyziky musí být formulovány tak, aby platily pro libovolně se pohybující souřadnicové soustavy.** Dospíváme tak k rozšíření postulátu relativity.“

Einstein pak uvažuje o pohybu v libovolných souřadnicových soustavách, konstatuje, že „hmota dostatečně izolovaná od ostatních hmot koná [v libovolné soustavě] zrychlený pohyb, přičemž zrychlení ani jeho směr nezávisí na chemickém složení ani na fyzikálním stavu dané hmoty“, a připomíná, že gravitační pole „má pozoruhodnou vlastnost udílet všem tělesům stejné zrychlení“. Uzavírá, že „vybudování“ obecné teorie relativity musí vést i k teorii gravitace, protože gravitační pole je možno „zrušit“ pouhou změnou souřadnicové soustavy.

Úvahami opírajícími se o Machův princip tak Einstein dospívá k základním principům obecné teorie relativity – k **principu obecné kovariance**, podle něhož mají fyzikální zákony stejný tvar ve všech souřadnicových soustavách, a k **principu ekvivalence** setrvačných a gravitačních sil. Pozdější práce Einsteina i jiných fyziků ukázaly, že rotující hmoty podle obecné teorie relativity vyvolávají ve svém okolí efekty neobsažené v newtonovské mechanice a odpovídající Machovu stanovisku – např. stáčení místních inerciálních soustav, které má za následek precesi setrvačníků (Thirringův-Lensehojev).

Brzy však začalo vycházet najevo, že souvislost Machova principu s obecnou teorií relativity je problematická. (Jedním z prvních, kdo si toho povšiml, byl autor první české knihy o teorii relativity František Nachtikal [13].) Tělesa sice svým pohybem jevy setrvačnosti ve svém okolí ovlivňují, ale nejsou jejich jedinou ani hlavní příčinou. Setrvačné a Coriolisovy síly u povrchu rotující Země by se nezměnily, ani kdyby Sluneční soustava byla obklopena zcela prázdným prostorem. Obhájcí Machova principu by mohli namítnout, že tak tomu ovšem není, skutečný vesmír je vyplněn hmotou a místní inerciální soustavy souvisejí s jejím pohybem. Machův princip by bylo možno chápat jako jakýsi výběrový princip, který nepřipouští některá řešení Einsteinových gravitačních rovnic.

Nyní je načase zmínit se o Gödelově příspěvku kosmologii. K úvahám o rotujícím vesmíru nevedl Gödela zájem o problém původu setrvačnosti, ale o filosofické otázky související s povahou času [14]. Byla mu sympatická myšlenka, že plynutí času a změna fakticky neexistují a jsou pouze iluzí lidského vědomí. Tento názor si spojoval s Parmenidovou a Kantovou filosofií. Podporu pro něj spatřoval už ve speciální teorii relativity, která předpokládá, že různí pozorovatelé mají různé pojetí současnosti – která současnost pak odpovídá reálnému plynutí času? Uvědomoval si ovšem, že friedmannovská kosmologie založená na obecné teorii relativity pojem privilegované současnosti do značné míry obnovila. Z fyzikálního hlediska je tato současnost dána stejným stupněm vývoje vesmíru a z geometrického hlediska třírozměrnými plochami současnosti ortogonálními ke světočarám. Model **rotujícího** vesmíru by existenci takových ploch neumožňoval, podobně jako není možné přeseknout spletené lano řezem kolmým na všechna vlákna. Výsledek Gödelova zkoumání byl však ještě radikálnější, než zprvu očekával – ukázalo se, že v jeho rotujícím vesmíru (který byl homogenní a stacionární, ale pochopitelně nikoliv izotropní)

není vůbec možné zavést posloupnost současných stavů – existují zde časové smyčky, světočáry odpovídající pohybům podsvětelnou rychlostí, a přesto se vracejí k výchozí události.

Uvedme dvě základní reprezentace Gödelova vesmíru [15]:

$$\begin{aligned} ds^2 &= a^2[(dT + e^X dY)^2 - dX^2 - \frac{e^{2X}}{2} dY^2 - dZ^2] \\ ds^2 &= 4a^2[dt^2 - dr^2 - dy^2 + (\text{sh}^4 r - \text{sh}^2 r)d\varphi^2 + 2^{3/2}\text{sh}^2 r d\varphi dt] \\ 1/a^2 &= 8\pi\kappa\rho = -2\lambda. \end{aligned}$$

Zde (T, X, Y, Z) , (t, r, y, φ) jsou čtveřice prostorovočasových souřadnic, ρ hustota hmotnosti, κ a λ gravitační a kosmologická konstanta. Z první reprezentace je patrná prostorovočasová homogenita, z druhé existence časové smyčky (pro $\text{sh}^4 r > \text{sh}^2 r$ ji realizuje světočára o konstantním r a φ). Velikost úhlové rychlosti otáčení vesmíru je podle vztahů obecné teorie relativity

$$\omega = 2(\kappa\pi\rho)^{1/2}.$$

Ve třech publikovaných kosmologických pracích se Gödel o souvislosti s Machovým principem nezmiňuje. V přednášce o rotujících vesmírech, která byla publikována z jeho pozůstalosti, však lapidárně říká [16]: „Uvažujeme-li nyní o problému z hlediska teorie relativity, vyvstává první otázka, v jakém smyslu v ní můžeme mluvit o rotaci vesmíru, když nemáme žádný absolutní prostor, k němuž bychom ji vztahovali. Odpověď je ovšem taková, že v teorii relativity stavíme na místo absolutního prostoru jisté inerciální pole, které určuje pohyby těles, na něž nepůsobí žádné síly. Toto inerciální pole speciálně určuje chování osy naprosto volného setrvačnicku či roviny kyvů kyvadla, a vzhledem k takto definovaným prostorovým směrům (volného setrvačnicku či roviny kyvů) se hmota může otáčet. V obvyklé terminologii to znamená, že rotuje relativně k setrvačnickovému kompasu. Vidíte, že tento druh rotace nezahrnuje představu osy, okolo které se celý svět otáčí. Svět může být dokonale homogenní, a přece v každém místě lokálně rotovat, jak tomu také je v případě, který jsem uvedl. Nicméně můžeme o tomto světě říci, že rotuje jako celek (jako tuhé těleso), protože vzájemné vzdálenosti každé dvojice hmotných částic (měřené jako ortogonální vzdálenosti jejich světočar) zůstávají po všechny časy stejné. Je ovšem také možné a dokonce působivější myslet na tento svět jako na tuhé těleso v klidu a na setrvačnickový kompas jako na rotující relativně vzhledem k tomuto tělesu. Tento stav věcí evidentně ukazuje, že inerciální pole je ve velké míře nezávislé na stavu pohybu hmoty. To protirečí Machovu principu, ale neprotirečí to teorii relativity.“

Je tím však Machův princip definitivně odsunut do muzea starožitnosti? Machův stoupenec může namítnout, že (stejně jako v případě rotujícího tělesa v prázdném prostoru) skutečný vesmír takový není. „Nebe nehybných hvězd“, o němž mluvil Mach, se sice ve skutečnosti vzhledem k setrvačnickovému kompasu otáčí spolu s Galaxií, ale galaxie, které díky zdokonalení našich přístrojů nastoupily na místo hvězd, nejeví žádný sklon k preferování nějakého směru rotace [17] a v rámci přesnosti a dosahu našich pozorování nerotuje ani nebe galaxií.

Situace, která kdysi vedla Macha ke kritice Newtonovy mechaniky, se tak opakuje. Setrvačnickový kompas či rovina kyvů Foucaultova kyvadla se neotáčí vůči vesmíru. Jako newtonovská mechanika, říká i obecná teorie relativity z roku 1915, že kompas i kyvadlo by se chovaly stejně, i kdyby kolem nás žádné nebe galaxií nebylo. Jak se ale o tom můžeme přesvědčit? Není možná revize obecné teorie relativity či její doplnění nějakým výběrovým principem, které ukáže, že setrvačné síly přece jen mají svůj zdroj ve vzdálené kosmické hmotě?

Ačkoliv se na první pohled zdá, že železná logika shora citované Einsteinovy úvahy se odvíjí od Machových myšlenek, ve skutečnosti se od nich nenápadně, ale významně odchýlila. V Machově duchu se dalo očekávat, že setrvačné síly (a tedy pohyby volných zkušebních částic) jsou diktovány konfiguracemi hmot a změnami těchto konfigurací, které jsou jediné smyslově pozorovatelné. Dynamika je tak určována kinematikou. Setrvačné síly jsou podle toho jako jiné síly, včetně sil gravitačních, které jsou dokonce podle Einsteina od sil setrvačných neodlišitelné. V obecné teorii relativity se však setrvačné síly nepřipodobnily gravitačním, nýbrž gravitační setrvačným. Tyto síly jsou primárně určeny lokální strukturou – **metrickým polem** – prostoročasu (a volbou vztažné soustavy v něm). Toto metrické pole (stručněji metrika) je Einsteinovými rovnicemi spojeno s rozložením a pohybem hmot – **polem tenzoru energie-impulzu**.

To už samo o sobě představuje silný machovský tón. Nemáme tu už absolutní newtonovský prostor a čas, který určuje setrvačné síly, předpisuje tak hmotám, jak se mají pohybovat, a přitom sám není hmotami ovlivňován. Hmoty zakřivují prostoročas a ovlivňují tím pohyb jiných hmot. Avšak odlišení kinematiky od dynamiky, podstatné pro předrelativistickou verzi Machova principu, nyní nelze provést. Nelze tedy říci, že existence Kerrova (rotující těleso v nerotujícím vesmíru) či Gödelova (rotující vesmír) řešení Einsteinových rovnic přímo protirečí Machovu principu, jak byl chápán před vznikem teorie relativity. Rotující těleso či rotující vesmír neodpovídají stejné kinematice jako těleso či vesmír, které nerotují. Nelze však ani říci, že prostoročas vděčí hmotám za všechny své vlastnosti.

Ačkoliv byla tedy Einsteinova cesta k prostoročasu obecné teorie relativity inspirována Machovými úvahami založenými na relační povaze prostoru a času – prostor a čas jsou pouze vyjádřením vzájemných vztahů hmot – výsledkem je substančně chápaný, absolutní prostoročas, jehož metrické vlastnosti existují a mohou být zjišťovány samy o sobě bez zřetele k hmotám, které jej vyplňují. Tím ustoupilo do pozadí Machovo filosofické východisko, podle něhož je výchozí realitou bezprostředně pozorovatelná hmota. Není důvod stavět metrické pole, popř. i jiná přímo nepozorovatelná pole do druhořadé pozice. Einstein proto v době, kdy začal usilovat o jednotnou teorii pole, ztratil o Machovy myšlenky zájem a od dvacátých let se již na ně nespolehal a neodvolával.

Poznamenejme na závěr, že nejnovější kosmologická data nasvědčují výsledku, který má k Machovým myšlenkám poněkud dvojsečný vztah. Těmto myšlenkám by nejlépe odpovídalo, kdyby prostoročas nevyplněný hmotou nemohl vůbec existovat anebo by byl alespoň čímsi podobným Musilovu „muži bez vlastností“ [18]. Fakt, že i prázdný

prostorůčas je řešením Einsteinových rovnic z roku 1915, je tedy patrně protimachovský. Roku 1917 však Einstein doplnil své rovnice kosmologickým členem [19]. Dnes je obvykle píšeme jako

$$R_{ik} - g_{ik}R/2 = 8\pi\kappa T_{ik} + \lambda g_{ik}.$$

Zde na levé straně vystupují geometrické veličiny odvozené z metriky a na pravé straně tenzor energie-impulzu hmoty T_{ik} . Einstein původně řadil kosmologický člen s kosmologickou konstantou λ na levou stranu jako součást „geometrie“. Dnes je tendence přemístit jej na pravou stranu a brát jako tenzor energie-impulzu vakua, který doplňuje tenzor energie-impulzu „ostatní“ hmoty. Vakuum odstranit nelze a prázdný prostorůčas tedy skutečně neexistuje. Machův princip byl proto vykládán i jako požadavek na zařazení kosmologického členu do Einsteinových rovnic [20]. Srovnání obecně relativistických kosmologických modelů s výsledky pozorování nasvědčují tomu, že asi 73 % energie ve vesmíru představuje „temná energie“ [21], kterou lze věrohodně identifikovat s kosmologickým členem v Einsteinových rovnicích. Kosmologický člen má symetrie vyjádřené Lorentzovou transformací a v tomto smyslu by se mohlo říci, že vakuum (tedy základní stav hmoty) vlastně určuje i nezákladnější lokální vlastnosti prostorůčasu. Na druhé straně vakuum příliš neodpovídá představě o hmotě jako o něčem „jedině pozorovatelném“ – na rozdíl od svítících hvězd, které ovšem představují podle současných dat jen asi jedno procento hmotnosti-energie vesmíru.

Jak se zdá, neměli bychom Machovu principu odpírat roli účinného katalyzátoru, který podmínil vznik obecné teorie relativity. Některé představy, s nimiž byl spojen, se ukázaly jako úplně či aspoň částečně správné. Po přechodu od newtonovské k relativistické fyzice je však obtížné se shodnout na tom, jak jej vyjádřit natolik přesně a jednoznačně, abychom mohli přesvědčivě rozřešit problém, zda a nakolik je či není obsažen v obecné teorii relativity.

Seznam odkazů

- [1] M. Černohorský, M. Fojtíková (ed.): *Pocta Ernstu Machovi*, pracovní materiály seminářů Odborné skupiny Pedagogická fyzika Fyzikální vědecké sekce Jednoty čs. matematiků a fyziků. Jednota čs. matematiků a fyziků, Brno 1988.
- [2] G. Wolters.: *Mach I, Mach II, Einstein und die Relativitätstheorie: Eine Fälschung und ihre Folgen*. Walters de Gruyter, Berlin and New York 1987.
- [3] J. Malina, J. Novotný (ed.): *Kurt Gödel*, soubor pojednání o Gödelovi a překlady dvou jeho prací. Nadace Universitas Masarykiana, Brno 1996.
- [4] G. F. R. Ellis: Příspěvky K. Gödela k relativitě a kosmologii. *Čs. čas. fyz.* **46** (1966), 256–264.

- [5] R. Dicke: *Mnogolikij Mach*. V: *Gravitacija i odnositel'nost'*. Mir, Moskva 1965, 221–250.
- [6] F. Embacher: Mach, Thirring & Lense, Gödel – getting dizzy in space-time. V: *Meze normalizace, analytičnosti a prostoročasu*, sborník, FÚ AV ČR, Praha 2007, 29–35.
- [7] R. Penrose: Gödel, Relativity and Mind. V: *Meze normalizace, analytičnosti a prostoročasu*, sborník, FÚ AV ČR, Praha 2007, 23–28.
- [8] I. Newton: *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. Londini 1686.
- [9] E. Mach: *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*. F. A. Brockhaus, Leipzig 1904.
- [10] V. Votruba.: *Základy speciální teorie relativity*. Academia, Praha 1977.
- [11] J. Novotný, J. Horský: The Mach principle and the inverse variational problem. V: *Ernst Mach and the development of physics*, sborník, UK Praha 1988, 199–204.
- [12] A. Einstein: Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie. *Ann. Phys.* **49** (1916), 769–822.
- [13] F. Nachtikal: *Princip relativity*. A. Píša, Brno 1921.
- [14] K. Gödel: Poznámka o vztahu mezi teorií relativity a idealistickou filosofií. V: *Kurt Gödel* (ed.: J. Malina, J. Novotný). Nadace Universitas Masarykiana, Brno 1996, 206–215.
- [15] K. Gödel: An example of a new type of cosmological solutions of Einstein's field equations of gravitation. V: *K. Gödel: Collected works* (Ed.: S. Feferman). Oxford University Press, Oxford 1990, svazek II, 190–198.
- [16] K. Gödel: Lecture on rotating universe. V: *K. Gödel: Collected works* (ed.: S. Feferman). Oxford University Press, Oxford 1995, svazek III, 269–287.
- [17] R. Goldsteinová: *Neúplnost*. Argo Dokořán, Praha 2005.
- [18] R. Musil: *Muž bez vlastností*. Argo, Praha 2008.
- [19] A. Einstein: Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie. *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss.* **1** (1917), 142–152.
- [20] Ch. W. Misner, K. S. Thorne, J. A. Wheeler: *Gravitacija*. Mir, Moskva 1977.
- [21] R. P. Kirschner: *Výstřední vesmír*. Paseka, Praha 2005.