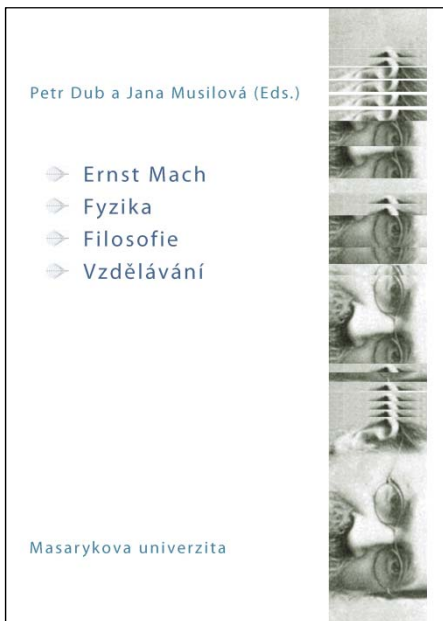


Jiří Bičák
MACHŮV PRINCIP V SOUČASNÉ KOSMOLOGII
Mach's Principle in Contemporary Cosmology

Despite a possible scepticism as regards the role of Mach's principle in contemporary cosmology, most of the standard treatises on the subject do include a discussion of the principle. In the paper *Cosmological perturbation theory, instantaneous gauges, and local inertial frames* we (J. Bičák, J. Katz, D. Lynden-Bell) adapted as a starting point Bondi's formulation of the principle: "Local inertial frames are determined through the distributions of energy and momentum in the Universe by some weighted average of the apparent motions." Solving Einstein's equations for linearized FRW models we were able to define the cosmological frames associated with the "Machian gauges". The inertial frames are then identified by their "accelerations and rotations" with respect to these frames.



BIČÁK, Jiří. Machův princip v současné kosmologii.
In: DUB, Petr a Jana MUSILOVÁ. *Ernst Mach - Fyzika - Filosofie - Vzdělávání*. 1. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2010, s. 146- 150. ISBN 978-80-210-4808-9.
DOI: 10.5817/CZ.MUNI.M210-4808-2011-146.

Machův princip v současné kosmologii

Jiří Bičák

Úvodem několik slov o mnoho let připravovaném a nedávno realizovaném experimentu *Gravity Probe B*. V něm čtyři setrvačnický, umístěné v satelitu spolu s teleskopem, který umožňuje fixovat směr k určité stálici, obíhají kolem Země a měří její gravitomagnetické pole. Takové pole vzniká kolem rotujících hmotných objektů v důsledku Einsteinových rovnic obecné teorie relativity, podobně jako magnetické pole vzniká kolem rotující nabitě sféry v Maxwellově teorii. Popis tohoto experimentu, spolu s jinými „machovskými“ efekty plynoucími z obecné relativity, je mj. obsažen v práci [1], založené na přednášce během pražské konference konané v roce 1988 k 150. výročí narození Ernsta Macha. Přes mnohaletou pečlivou přípravu a obrovské (stále během přípravy rostoucí) finanční náklady analýza výsledků tohoto náročného experimentu, skončeného v roce 2006, zatím nepřinesla takové závěry, aby mohly být gravitomagnetické efekty s plánovanou přesností zjištěny. Naměřená data jsou dále analyzována. Řadu zajímavých informací o realizaci experimentu, o nečekaných „rušivých“ jevech, které získání přesvědčivých výsledků významně omezily, a o pokroku v analýze dat lze nalézt na <http://einstein.stanford.edu/>.

V dalším připomeneme některé základní myšlenky související s Machovým principem v kosmologii a poté shrneme výsledky naší nedávné rozsáhlejší práce [5] s Josephem Katzem z Hebrew University v Jeruzalémě a Donaldem Lynden-Bellem z Institute of Astronomy, univerzity v Cambridgi o teorii kosmologických perturbací a jejím vztahu k Machovu principu.

Einstein byl při vytváření obecné teorie relativity silně ovlivněn Machovou myšlenkou, že setrvačnost jedné částice zde a nyní vzniká v důsledku její interakce s jinými částicemi kdekoli ve vesmíru. Ve své první „kosmologické“ práci v roce 1918, ale i v pozdějších letech dával přednost konečnému vesmíru, uzavřenému v prostoru, před vesmírem nekonečným. Ve své proslulé knížce *The Meaning of Relativity* mluví o svých důvodech, proč stále věří v uzavřený vesmír. Konečný vesmír znamená, že ve vesmíru je konečný počet částic, s nimiž daná částice interaguje. Chtěl se ale také vyhnout kladení okrajových podmínek. V „otevřených“ (nekonečných) vesmírech je část pohybu inerciálních systémů určena přímo pohybem hmoty, zatímco jiná část je ovlivněna volbou okrajových

podmínek v nekonečnu. O mnoho let později nedávno zesnulý John Archibald Wheeler, nástupce Einsteina v Princetonu, v rozhovoru pro *Československý časopis pro fyziku* [2] zdůvodnil stejný názor ještě hlouběji: „Dnes máme ovšem další důvod, proč dávat přednost uzavřenému vesmíru před vesmírem otevřeným. Nejprve bychom si mohli pomyslet, že nejpřirozenější okrajovou podmínkou pro vesmír je asymptotická plochost. Ale ve vesmíru, který se stává asymptoticky plochým, nemáme žádný způsob, jak definovat, co to je ‚plochý‘ v moderní kvantové teorii. Metrika ve skutečnosti všude osciluje a fluktuuje. Ať se jakkoliv vzdalujeme, nikdy nedojdeme do tak velké vzdálenosti, že prostor se stane plochým. Proto ‚asymptotická plochost‘ je fyzikálně nerealizovatelná okrajová podmínka. Žádná alternativní okrajová podmínka pro otevřený vesmír, která by neměla stejnou obtíž, nebyla nikdy navržena. Uzavřenost je jedinou okrajovou podmínkou, která je jak matematicky dobře definována, tak fyzikálně rozumná.“

Wilkinsonova sonda proměřující anizotropii mikrovlnného kosmického pozadí (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe – WMAP) poskytla nedávno data, která omezují mj. současnou hodnotu parametru hustoty hmoty-energie ve vesmíru na $\Omega = 1,02 \pm 0,02$. S takovým výsledkem jsou kompatibilní všechny tři standardní Friedmannovy-Lemaîtreovy-Robertsonovy-Walkerovy (FLRW) kosmologické modely – modely s plochými prostorovými řezy (s indexem křivosti $k = 0$, $\Omega = 1$), modely s kladnou křivostí prostorových řezů ($k = +1$, $\Omega > 1$) i s křivostí zápornou ($k = -1$, $\Omega < 1$). Nicméně data získaná WMAP „mírně preferují“ $k = +1$. Přestože v rámci modelů s iniciálními „inflačními fázemi“ byly v posledních 10–20 letech studovány především modely s $k = 0$, $\Omega = 1$, nedávno byla pozornost opět věnována i modelům s $k = +1$, $\Omega > 1$ – viz citace v naší práci [5]. V této práci shrnujeme naše předchozí výsledky týkající se role Machova principu a jeho různých projevů v obecné teorii relativity a v kosmologii a analyzujeme jeho matematické a fyzikální vyjádření v rámci teorie lineárních kosmologických perturbací standardních FLRW modelů. Rozebíráme podrobně všechny tři případy $k = 0$, $k = \pm 1$ a diskutujeme krátce i uzavřené vesmíry s hyperbolickou či plochou geometrií i se složitější topologií, ale preferujeme standardní uzavřené vesmíry se standardní sférickou topologií, tj. modely, kterým dával přednost Einstein i Wheeler. Ukazujeme, že právě v těchto vesmírech je Machův princip nejlépe vystižen.

Co vlastně chápeme pod „Machovým principem“? Mezi některými relativisty a kosmology se Machův princip stal do jisté míry nepopulárním především proto, že během času se postupně objevily nejrůznější formulace, někdy i ve vzájemné kontradikci. Již během pražské konference v roce 1988 (viz citace v [1]), ale zvláště na konferenci v Tübingenu v roce 1993, věnované pouze Machovu principu, se objevila řada interpretací [3]. Pěkný souhrn různých formulací a jejich srovnání podává Doleželův příspěvek [4]. Přes tento skepticismus je pozoruhodné, že všechny hlavní monografie o kosmologii Machův princip zmiňují, byť vesměs na obecné rovině, bez nějaké jasné matematické teorie. V naší práci [5] za výchozí přijímáme Bondiho formulaci z jeho klasické knihy *Cosmology*: „Lokální inerciální systémy jsou určeny rozložením energie a hybnosti ve vesmíru pomocí určitých průměrů.“ V matematické formulaci se obracíme především na ty z Ein-

steinových rovnic pro lineární perturbace FLRW modelů, které představují vazby na počáteční data (rovnice analogické, ač značně složitější, „divergenčním“ rovnicím mezi Maxwellovými rovnicemi). Ve vhodných souřadnicích (ve vhodných „kalibracích“) jsou tyto vazby parciálními diferenciálními rovnicemi eliptického typu, které svazují rozložení hmoty a energie, popsané tensorem energie a hybnosti, s geometrií, popsanou metrickým tensorem a jeho derivacemi. V těchto vhodných kalibracích jsou lokální inerciální systémy určeny *okamžitě* pomocí rozložení hmoty a energie. Není to v žádném rozporu s kauzalitou, podobně jako není v rozporu s kauzalitou skutečnost, že elektrický náboj určuje některé aspekty elektrického pole okamžitě v důsledku Gaussovy věty (která v diferenciálním tvaru představuje jednu z vazeb v Maxwellově teorii). Je třeba si uvědomit, že fyzikální efekty asociované s Machovými myšlenkami, jako je „tažení inerciálních systémů“ (jinými slovy „gravitomagnetické efekty“), mají globální povahu a vyžadují k pochopení zavedení speciálních souřadných systémů, speciálních kalibrací. Jak v [3] uvádí Dieter Brill, „Machův princip může ukázat způsob, jak dát fyzikální význam veličinám, které se obvykle považují za závislé na souřadnicích“.

V literatuře existuje množství prací o linearizovaných perturbacích FLRW modelů. Většina z nich vychází ze speciální volby kalibrace, nejtypičtější je volba tzv. synchronních souřadnic, v nichž všechny informace o perturbacích jsou obsaženy pouze v prostorové části metrického tenzoru. Poté se obvykle perturbace rozkládají do vhodných sférických harmonik podle toho, jaká je křivost prostorových řezů standardního modelu „v pozadí“ (jaký je index křivosti k). V práci [5] studujeme nejprve obecné lineární perturbace obecných FLRW modelů v obecné kalibraci a nerozkládáme perturbace do harmonik. Až poté identifikujeme vhodné kalibrace jako ty, které nejlépe vystihují Machův princip. Ukazujeme, že tyto kalibrace jsou motivovány i plně nelineární obecnou relativitou a že přinášejí významná zjednodušení v perturbovaných Einsteinových rovnicích i v jejich fyzikální interpretaci.

Abychom určili lokální inerciální systémy v obecné situaci, musíme určit jejich „rotaci a zrychlení“ z rozložení hmoty-energie popsané perturbacemi tenzoru energie a hybnosti. Samozřejmě, v obecné relativitě inerciální systém volně padá, není urychlen a nerotuje (předpokládáme-li, že jeho osy jsou realizovány například setrvačnickými podepřenými v těžišti). To, co skutečně měříme, je rotace a akcelerace lokálně inerciálních systémů vůči systému kosmologických pozorovatelů fixovaných volbou kalibrace, kteří sami jsou obecně urychleni a rotují. Jestliže kosmologický pozorovatel má zrychlení \vec{a} a rotuje úhlovou rychlostí $\vec{\omega}$ (měřeno vůči lokálně inerciálnímu systému, vůči němuž v daném místě je v daném okamžiku v klidu), pak jsme určili lokálně inerciální systém v jeho místě: ten se urychluje a rotuje vůči odpovídajícímu kosmologickému pozorovateli s právě opačnými vektory, $-\vec{a}$ a $-\vec{\omega}$.

Hlavní těžiště práce [5] je pak motivace a geometrický popis několika kalibrací, v nichž zrychlení a rotace lokálně inerciálních systémů plynou okamžitě z rovnic pole pro vazby z rozložení hmoty a energie. Tyto kalibrace nazýváme *machovskými kalibracemi*. Ukazuje se, že tyto machovské kalibrace připouštějí mnohem menší kalibrační volnost než v kos-

mologii standardní synchronní kalibrace. Naznačujeme pak také, jak pomocí Greenových funkcí lze Einsteinovy rovnice pro vazby explicitně řešit a určit tak zrychlení a rotace lokálně inerciálních systémů pomocí určitých specifických „průměrů“ přes rozložení hmoty a energie ve vesmíru. V těchto rozborech stále studujeme lineární perturbace všech tří základních FLRW modelů (tj. všechny případy $k = 0$, $k = \pm 1$).

V případech uzavřených vesmírů se sférickou topologií zavádíme také (poprvé v kosmologii) určité integrální kalibrační podmínky, které jednak umožňují plné pochopení tzv. integrálních vazbových vektorů objevených J. Traschenovou a zároveň vylučují nejednoznačnosti v určení lokálně inerciálních systémů daných tím, že FLRW modely připouštějí konformní symetrie (dané existencí tzv. konformních Killingových vektorů).

V závěru pak docházíme k formulaci Machova principu v relativistické kosmologii: *V uzavřených vesmírech jsou lokálně inerciální systémy určeny specifickými průměry přes rozložení hmoty a energie ve vesmíru jednoznačně až na globální rotace a akcelerace dané základními („killingovskými“) symetriemi prostoru. V tomto smyslu lze určit pouze relativní rotace a zrychlení lokálně inerciálních systémů.* Když ale jsou dány přímo hmotnost, tlak i rychlosti kosmické kapaliny, jsou lokálně inerciální systémy dány jednoznačně.

O vlivu hmoty a energie rotujících gravitačních vln, tedy čistě vakuového gravitačního pole, na rotaci lokálně inerciálních systémů pojednávají naše dvě nové práce [6], [7]. V nich je vyvinuta metoda umožňující studovat gravitační vlny s translační, ne však axiální symetrií, které nesou moment hybnosti. Po vhodném průměrování lze studovat rotaci lokálně inerciálních systémů ve skoro ploché cylindrické oblasti obklopené pulzem gravitačních vln, které rotují kolem osy cylindrické oblasti. Rotace lokálně inerciálních systémů opět probíhá bez jakéhokoliv časového zpoždění. Vliv momentu hybnosti gravitačních vln na inerciální systémy přesvědčivě ukazuje, že Machův princip nemůže být vyjádřen pouze pomocí vlivu tenzoru energie a hybnosti hmotných zdrojů, ale musí zahrnovat i energii a moment hybnosti gravitačních vln. Tento vliv se však neprojevuje v rámci teorie lineárních perturbací standardních FLRW modelů rozebíraných v práci [5], neboť příspěvky od gravitačních vln jsou (v této teorii) veličinami druhého řádu. Extrémním případem vlivu gravitačních vln na chování inerciálních systémů a tím na „problém setrvačnosti“ je dán modely uzavřených vesmírů, které jsou vytvářeny *pouze* gravitačními vlnami. Příkladem takového modelu je tzv. Gowdyho vesmír. Vyšetřováním formulace Machova principu ve vesmírech tohoto typu a otázky role Machova principu v problému temné energie se chceme věnovat v budoucnu.

Seznam odkazů

- [1] J. Bičák: Machian aspects of the present-day cosmology: *V: Ernst Mach and the development of physics* (Ed.: J. Folta, V. Prosser). Karolinum, Praha 1991, 131–149.

- [2] J. Bičák: Umění vědy – rozhovor s profesorem Johnem Archibaldem Wheelerem. *Čs. čas. fyz. A* **28** (1978), 364–374. Viz také anglický originál: The art of science: interview with Professor John Archibald Wheeler. *Gen. Relativ. Gravit.* **41** (2009), 679–689.
- [3] J. Barbour, H. Pfister (ed.): *Mach's Principle: From Newton's Bucket to Quantum Gravity*. Birkhauser, Boston 1995.
- [4] T. Doležel: Slowly rotating voids in cosmology and Mach's principle. V: *Gravitation: Following the Prague Inspiration*, a volume in celebration of the 60th birthday of Jiří Bičák (Ed.: O. Semerák, J. Podolský, M. Žofka). World Scientific, London and Singapore 2002, 1–26.
- [5] J. Bičák, J. Katz, D. Lynden-Bell: Cosmological perturbation theory, instantaneous gauges, and local inertial frames. *Phys. Rev. D* **76** (2007), 063501, 31 stran.
- [6] J. Bičák, J. Katz, D. Lynden-Bell: Gravitational waves and dragging effects. *Class. Quant. Grav.* **25** (2008), 165017, 19 stran.
- [7] D. Lynden-Bell, J. Bičák, J. Katz: Inertial frame rotation induced by rotating gravitational waves. *Class. Quantum Grav.* **25** (2008), 165018, 13 stran.